Matemáticas Grado Sexto (Primer Período)

PROPOSICIONES SIMPLES Y COMPUESTAS

Vídeo: El siguiente vídeo nos explica las proposiciones simples y compuestas
https://www.youtube.com/watch?v=pwmeMe80TK4

> Un enunciado o proposición es una frase que es verdadera o falsa, pero no ambas

Existen dos clases de proposiciones lógicas: **Las simples y las compuestas**

Proposiciones simples:

Las Proposiciones simples son aquellas que no tienen otras oraciones dentro de sí mismas.

Ejemplo

p: La tierra es el tercer planeta que gira alrededor del sol.

Esta proposición es verdadera. **Es simple**, hay una sola oración (no tiene conectores)

Proposiciones Compuestas:

Las Proposiciones compuestas son aquellas que contienen dentro de sí más de una proposición simple. Estas se relacionan a través de conectores.

Ejemplo

Los únicos enteros positivos que dividen a 7 son el 1 y el mismo 7.

$$\begin{array}{l|l} 7 & \underline{7} \\ 0 & 1 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{l|l} 7 & \underline{1} \\ 0 & 7 \end{array}$$

Es una proposición compuesta porque contiene el conector lógico “y”, que une dos proposiciones simples:

p: El 7 divide al 7 (nos da el residuo cero)

q: El 1 divide al 7 (nos da el residuo cero)

$$\underbrace{\text{El 7 divide al 7}}_{p} \quad \text{y} \quad \underbrace{\text{El 1 divide al 7}}_{q}$$

Conectivos Lógicos

Lenguaje Coloquial	Lenguaje simbólico	Nombre del colectivo
No	$\neg$	Negación
y	$\wedge$	Conjunción
o	$\vee$	Disyunción
Si…entonces…	$\rightarrow$	Condicional
Si y solo si	$\leftrightarrow$	Bicondicional

Ejemplo de negación

p: Cartagena es la capital del país de Colombia

Tenemos una proposición falsa. Además, es una proposición simple.

Cartagena $\boxed{\text{no}}$ es la capital de Colombia

Negación

$\neg p$:No ocurre que Cartagena es la capital de Colombia

Ejemplo de Conjunción

El mar es muy grande y bastante salado.

Es una proposición compuesta porque contiene el conector lógico "y" (conjunción) que une dos proposiciones simples:

$$\underbrace{\text{El mar es grande}}_{p} \wedge \underbrace{\text{El mar es salado}}_{q}$$

Ejemplo de Disyunción

Hoy voy a estudiar matemáticas o iré al estadio a entrenar ciclismo.

Es una proposición compuesta porque contiene el conector lógico "o" (disyunción) que une dos proposiciones simples:

$$\underbrace{\text{Hoy voy a estudiar matemáticas}}_{p} \vee \underbrace{\text{iré al estadio a entrenar ciclismo}}_{q}$$

Ejemplo de Condicional

Si estoy muy enfermo, no asistiré al trabajo.

Es una proposición es condicional, ya que, si estoy muy enfermo, entonces, no voy al trabajo.

$$\underbrace{\text{Si estoy muy enfermo}}_{\substack{p \\ \text{condición}}} \rightarrow \underbrace{\text{no asistiré al trabajo}}_{\substack{q \\ \text{consecuencia}}}$$

Ejemplo de Bicondicional

La planta crecerá si y solo si la riegas regularmente.

Es una proposición es bicondicional, ya que, la planta solo crece si la riegas regularmente.

$$\underbrace{\text{La planta crecerá}}_{p} \leftrightarrow \underbrace{\text{si la riegas regularmente}}_{q}$$

Las tablas de verdad

Las tablas de verdad se usan para dimensionar todos los posibles valores de verdad que se pueden encontrar en una proposición compuesta.

Negación

Tabla de verdad para $\sim p$

p	$\sim p$
V	F
F	V

Conjunción ($\wedge$)

Tabla de verdad para $p \wedge q$

p	q	$\wedge$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Disyunción ($\vee$)

Tabla de verdad para $p \vee q$

p	q	$\vee$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Condicional ($\rightarrow$)

Tabla de verdad para $p \rightarrow q$

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Condicional ($\leftrightarrow$)

Tabla de verdad para $p \leftrightarrow q$

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Vídeo: El siguiente vídeo nos explica las tablas de verdad
https://www.youtube.com/watch?v=ZK8QUphO4MA
https://www.youtube.com/watch?v=4LAqTUUx3Jw

Ejemplo
Realizar la tabla de verdad para:

$$p \vee \sim q \rightarrow \sim p$$

Solución

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee \sim q$	$p \vee \sim q \rightarrow \sim p$
V	V	F	F	V	F
V	F	F	V	V	F
F	V	V	F	F	V
F	F	V	V	V	V

Ejemplo
Verificar la siguiente equivalencia (Ley de Morgan)

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

Solución
Tenemos que mostrar que ambos lados dan lo mismo

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p \vee \sim q$
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	F	V	V
F	V	V	F	F	V	V
F	F	V	V	F	V	V

dan iguales

Ejemplo

P y Q son proposiciones. Llene las celdas vacías con los valores de verdad correspondientes.

P	Q	$\neg Q$	$Q \implies P$	$(P \vee (\neg Q))$	$(Q \implies P) \implies (P \vee (\neg Q))$
V	F	V	V	V	$\square$ V $\square$
F	V	F	F	F	V $\square$ $\square$

Solución

Se aplican las tablas de verdad para llenar los cuadrados debidamente:

P	Q	$\neg Q$	$Q \implies P$	$(P \vee (\neg Q))$	$(Q \implies P) \implies (P \vee (\neg Q))$
V	F	V	V	V	$\boxed{V}$ V $\boxed{V}$
F	V	F	F	F	V $\boxed{F}$ $\boxed{F}$

Los cuantificadores

Los cuantificadores son palabras que se refieren a las cantidades tales como “algunos” o “todos” y nos dicen para cuántos elementos de un predicado dado es verdadero.

Cuantificador Universal

El símbolo $\forall$ denota “**para todo”** y se llama cuantificador universal.

Ejemplo

“Todos los seres humanos son mortales”

$\forall$ los seres humanos son mortales $\rightarrow$ $\forall x \in$ H, x es mortal

Todo persona (x) pertenece al conjunto de los humanos (H) y esa persona (x) es mortal

Ejemplo

Reescriba el siguiente enunciado formalmente. Use el cuantificar universal.

“Todos los triángulos tienen tres lados”

$\forall$ los triángulos tienen tres lados $\rightarrow$ $\forall x \in$ T, x tiene tres lados

Todo triángulo (x) pertenece al conjunto de los triángulos (T) y esa triangulo (x) tiene tres lados.

Ejemplo

Reescriba el siguiente enunciado formalmente. Use el cuantificar universal.

"Ningún perro tiene alas"

$$\forall \text{ perros no tienen alas} \rightarrow \forall x \in P, \text{ x no tiene alas}$$

Todos los perros (x) pertenece al conjunto de los perros (P) y ese perro (x) no tiene alas.

Ejemplo

Sea D = {1, 2, 3, 4}, son números naturales (N) y considere el enunciado:

$$\forall x \in D, \; x+1 > x \; \left(">" \text{ significa que es mayor}\right)$$

Verifique que este enunciado es verdadero.

Solución

- Para x =1:

$$x+1 > x \rightarrow 1+1 > 1 \rightarrow 2 > 1 \; (\text{verdadero})$$

- Para x =2:

$$x+1 > x \rightarrow 2+1 > 2 \rightarrow 3 > 2 \; (\text{verdadero})$$

- Para x =3:

$$x+1 > x \rightarrow 3+1 > 3 \rightarrow 4 > 3 \; (\text{verdadero})$$

- Para x =4:

$$x+1 > x \rightarrow 4+1 > 4 \rightarrow 5 > 4 \; (\text{verdadero})$$

Todas son verdaderas, entonces se cumple que **para todos** los números del conjunto D.

$$\forall x \in D, \; x+1 > x$$

El cuantificador existencial

El símbolo $\exists$ denota **"existe"** y se llama cuantificador existencial.

Ejemplo

"Algunos médicos tienen un auto"

$$\exists \text{ médicos que tienen un auto} \rightarrow \exists x \in M, \text{ x tiene un auto}$$

Algunos médicos (x) pertenece al conjunto de los médicos (M) y ese médico (x) tiene un auto.

Conjuntos

Un conjunto es la reunión de elementos que comparten una característica en común. Se nombra con una letra mayúscula y puede representarse usando llaves o diagramas de VEEN. Un conjunto se determina de dos maneras: por comprensión y por extensión.

Por comprensión: Enunciando una propiedad característica del conjunto

Ejemplo

Determinemos por comprensión el conjunto D formado por los números 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, …

Una característica de los elementos del conjunto D es la siguiente: Todos son los múltiplos del número 5. Por lo tanto, el conjunto D determinado por comprensión es:

D = {Múltiplos de 5}

Por extensión: Escribiendo la lista de todos los elementos del conjunto

Ejemplo

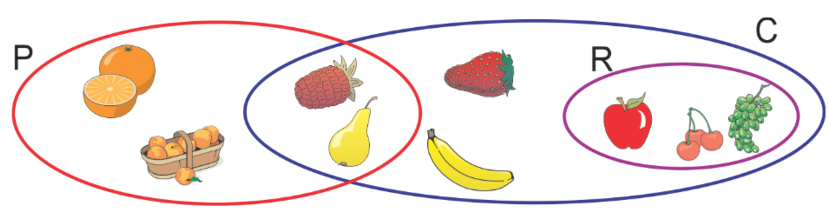
Determinemos por extensión el conjunto A formado por los nombres de los departamentos de Colombia que comiencen con la letra A:

A = {Amazonas, Antioquía, Arauca, Atlántico}

La pertenencia es una relación que se da entre **elementos y conjuntos**. Si un elemento pertenece a un conjunto, utilizamos el símbolo “$\in$“, y si no pertenece al conjunto, utilizamos el símbolo “$\notin$“

La contenencia es una relación que se da entre conjuntos. Si C este contenido en D, escribimos $C \subset D$, y si no está contendido en D, escribimos, escribimos $C \not\subset D$

Ejemplo
Lorena compro algunos comestibles y los organizado en el siguiente diagrama de VEEN:



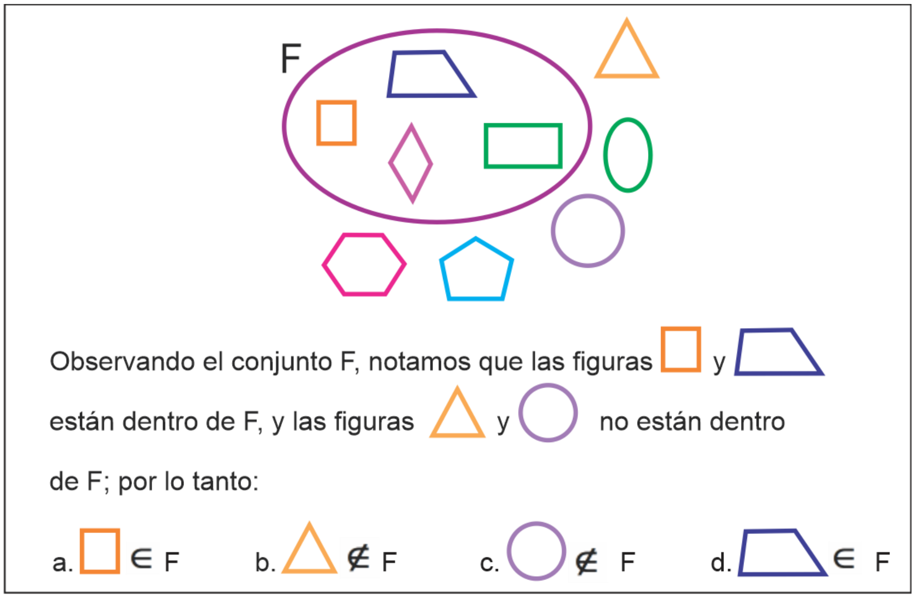
En el diagrama, observamos un conjunto R en el que todos sus elementos pertenecen al conjunto C, y algunos elementos del conjunto P pertenecen al conjunto C.

De acuerdo con el diagrama de Lorena tenemos:

a. Algunos elementos de P no pertenecen a C, por lo tanto, $P \not\subset C$
b. Todos los elementos de R pertenecen a C, por lo tanto, $R \subset C$
c. Ningún elemento de P pertenece a R, por lo tanto, $P \not\subset R$
d. Todos los elementos de C pertenecen a C, por lo tanto, $C \subset C$

Ejemplo

Miremos el siguiente diagrama el cual nos muestra un conjunto "F"



Clases de conjuntos

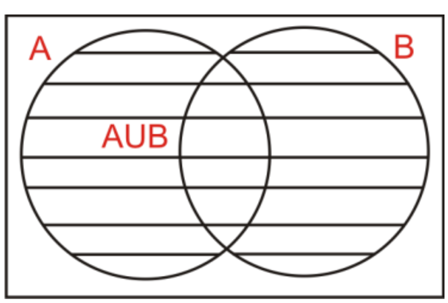
Los conjuntos pueden clasificarse según la cantidad de elementos en:

a. Conjunto vacío: Aquel que no tiene elementos
b. Conjunto unitario: Aquel que solo tiene un elemento
c. Conjunto finito: Aquel en el que se puede determinar el número de sus elementos.
d. Conjunto infinito: Aquel en el que no se puede determinar el número de sus elementos

Operación entre Conjuntos

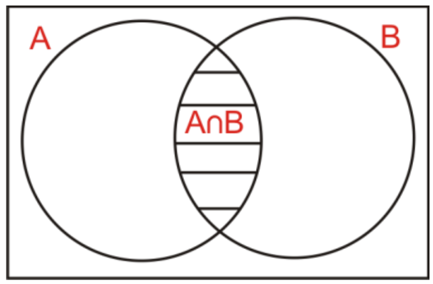
Unión de Conjuntos

La unión de dos conjuntos A y B es el conjunto formado por todos los elementos que pertenecen a "A" y todos los elementos que pertenecen a "B". Se simboliza $A \cup B$.

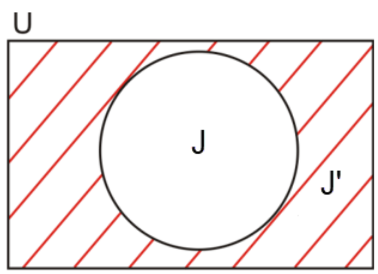


Intersección de Conjuntos

La intersección de dos conjuntos A y B es el conjunto formado por todos los elementos que pertenecen tanto a “A” como a “B”. Se simboliza $A \cap B$.

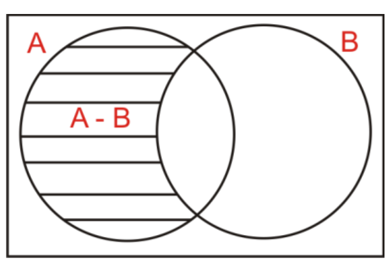


El Complemento
Si U es un conjunto universal de J, el complemento de J respecto a U es el conjunto formado por los elementos de U que no pertenecen a J. Se escribe **J’**.



La diferencia entre Conjuntos

La diferencia entre los conjuntos A y B es el conjunto formado por los elementos que pertenecen al conjunto A y no pertenecen al conjunto B. Se escribe A – B.



Ejemplo
Consideremos los siguientes conjuntos:
A = {1, 2, 3, 4}, B = {4, 5 ,6} y C = {6, 7, 8}

Encontrar:

- $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

- $B' = \{1, 2, 3, 7, 8\}$
- $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- $A \cap B = \{4\}$
- $A \cap C = \varnothing$ (no hay nada en común)
- $A - B = \{1, 2, 3\}$

Vídeo: Ver el siguiente vídeo sobre operaciones con conjuntos
https://www.youtube.com/watch?v=YZRRUFG2UOY

Producto Cartesiano

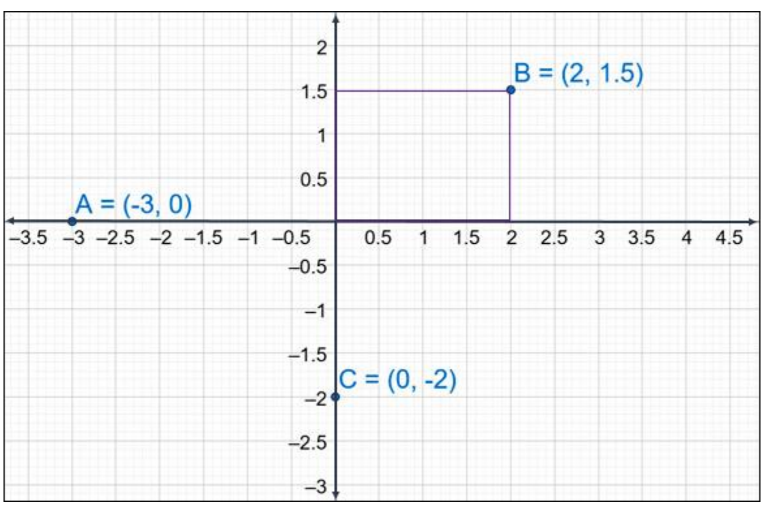
El producto cartesiano de dos conjuntos, A y B es el conjunto formado por todas las parejas ordenadas cuya primera componente es un elemento de A y la segunda componente es un elemento de B. Se simboliza A x B.

Ejemplo
Dados los conjuntos A = {1, 2, 3, 4} y B = {a, b}, encontrar el producto cartesiano A x B

A x B = {(1, a), (1, b), (2, a), (2, b), (3, a), (3, b), (4, a), (4, b)}

El plano cartesiano

El plano cartesiano está formado por dos rectas perpendiculares llamadas ejes. La recta horizontal se llama eje X (de las abscisas), y la vertical, eje Y (de las ordenadas). El punto de corte de los ejes se denomina origen (0, 0).



Operaciones básicas entre números Naturales

Los números naturales son 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, y así sucesivamente. Se utilizan para responder preguntas como ¿cuánto?, ¿qué tan rápido? y ¿qué tan lejos?

El conjunto de números naturales

$\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, \ldots\}$

Identificar el valor posicional de un dígito en un número natural

La posición de un dígito en un número natural determina su valor posicional. En el número 325, el 5 está en la columna de las unidades, el 2 está en la columna de las decenas y el 3 está en la columna de las centenas.

Columna de las decenas
Columna de las centenas — Columna de las unidades
3 2 5

Gráfica de valor posicional

Ejemplo
¿Cómo se le es valor **2.691.537.557.000**?

Dos billones, seiscientos noventa y un mil, quinientos treinta y siete millones, quinientos cincuenta y siete mil

Ejemplo
¿Cómo se le es valor **567.268.421.184**?

Quinientos sesenta y siete mil doscientos sesenta y ocho millones, cuatrocientos veintiún Mil ciento ochenta y cuatro

Vídeo sobre los números naturales
https://www.youtube.com/watch?v=nvAk2qOFGdo

Ejemplo

En el siguiente número representa el valor que debe pagar una persona por un tiquete para viajar a Cartagena en avión. Decir qué significado tiene en digito 5.

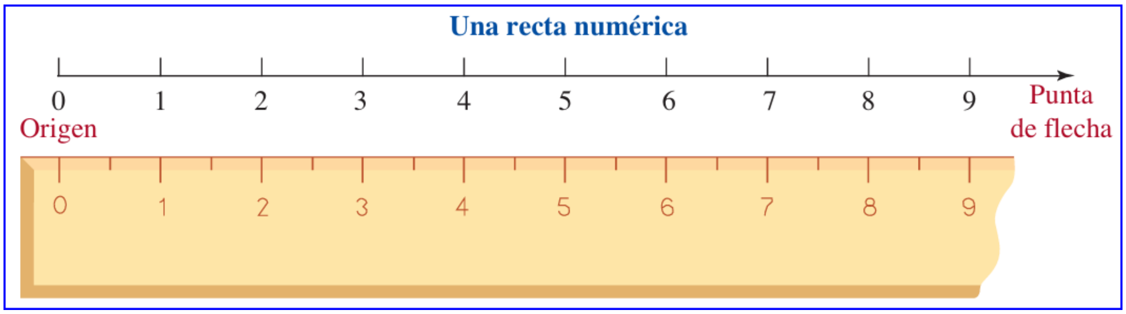
875.400

Solución

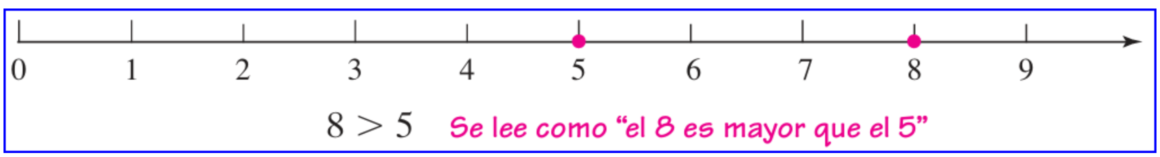
El digito 5 significa: cinco unidades de mil (representa 5 mil = 5000)

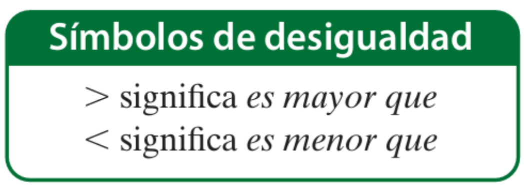
Comparar números naturales utilizando símbolos de desigualdad

Los números naturales pueden mostrarse dibujando puntos sobre una recta numérica. Ver la siguiente imagen:



En la recta numérica de abajo se muestran las gráficas del 5 y del 8.

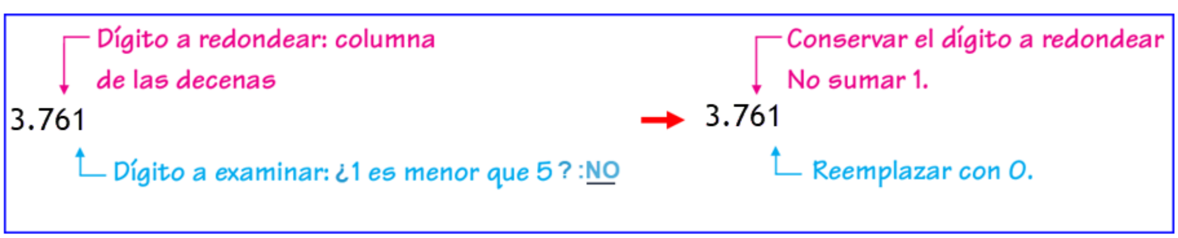




Redondear números naturales

Cuando no se necesitan resultados exactos, con frecuencia se redondean los números.

Ejemplo



El número redondeado es **3.760**

Ejemplo

Dígito a redondear: columna de las decenas

12.087 → 12.087

Dígito a examinar: ¿7 es 5 o mayor ? : SI

Sumar 1.

Reemplazar con 0.

El número redondeado es 12.090

Propiedades de la suma para sumar números naturales

Propiedad conmutativa de la suma

El orden en el que se suman los números naturales no cambia su suma. Por ejemplo,

$$6 + 5 = 5 + 6$$

Propiedad asociativa de la suma

La manera en que se agrupan los números naturales no cambia su suma. Por ejemplo,

$$(2 + 5) + 4 = 2 + (5 + 4)$$

Observación: Estas propiedades también se cumplen para la multiplicación,

Usar la notación exponencial (Potenciación)

Se puede utilizar la notación exponencial para escribir 2x2x2 de una manera más compacta.

Exponente y base

Se utiliza un **exponente** para indicar una multiplicación repetitiva. Indica cuántas veces se utiliza la **base** como un factor.

Ejemplo

De acuerdo a la potenciación, averiguar el valor de 2^3:

El exponente es 3.

$$\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{\text{Factores repetidos}} = 2^3 = \mathbf{8}$$

La base es 2.

Lea 2^3 como "2 a la tercera potencia" o "2 al cubo"

Ejemplo

Al final de 1 hora, un cultivo contiene dos bacterias. Suponga que el número de bacterias se duplica cada hora a partir de entonces. Use exponentes para determinar cuántas bacterias contendrá el cultivo después de 24 horas. Se puede utilizar una tabla para ayudar a modelar la situación.

Vídeo sobre potenciación
https://www.youtube.com/watch?v=ainnlQ_Owq8&t=7s

Tiempo	Número de bacterias
1 h	$2 = 2^1$
2 h	$4 = 2^2$
3 h	$8 = 2^3$
4 h	$16 = 2^4$
24 h	$? = 2^{24}$

$$2^{24} = 2^6 \times 2^6 \times 2^6 \times 2^6$$

$$2^{24} = 16,777,216$$

Propiedades de la potenciación (exponentes)

Regla del producto para los exponentes

Para multiplicar expresiones exponenciales que tienen la misma base, conserve la base común y sume los exponentes.

$$\boxed{a^m \times a^n = a^{m+n}}$$

Ejemplo

Encontrar el valor de la siguiente expresión:

$$4^2 \times 4^3$$

Solución

$$4^2 \times 4^3 = 4^{2+3} = 4^5 = 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 1024$$

Potencia de un producto

Para elevar un producto a una potencia, eleve cada factor del producto a esa potencia.

$$\boxed{(a\,b)^n = a^n\, b^n}$$

Ejemplo

Encontrar el valor de la siguiente expresión:

$$(5 \text{ x } 6)^2$$

Solución

$$(5 \text{ x } 6)^2 = 5^2 \text{ x } 6^2 = 5 \text{ x } 5 \text{ x } 6 \text{ x } 6 = 900$$

Regla de la potencia para los exponentes

Para elevar a una potencia una expresión exponencial, conserve la base y multiplique los exponentes.

$$\boxed{(a^x)^y = a^{x \cdot y}}$$

Ejemplo

Encontrar el valor de la siguiente expresión:

$$(2^3)^2$$

Solución

$$(2^3)^2 = 2^{3\text{x}2} = 2^6 = 2 \text{x } 2 \text{x} 2 \text{x} 2 \text{x} 2 \text{x} 2 = 64$$

Regla de la división para los exponentes

Para dividir expresiones exponenciales que tienen la misma base, conserve la base común y reste los exponentes

$$\boxed{\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}}$$

Ejemplo

Encontrar el valor de la siguiente expresión:

$$\frac{2^6}{2^2}$$

Solución

$$\frac{2^6}{2^2} = 2^{6-2} = 2^4 = 2 \text{x} 2 \text{x} 2 \text{x} 2 = 16$$

Ejemplo

Usemos las propiedades de la potenciación para simplificar la siguiente expresión:

$$\left(2^2 \times \left(2^4\right)^3\right) \div 2^4$$

Solución

$$\frac{2^2 \times \left(2^4\right)^3}{2^4} = \frac{2^2 \times \left(2^{4\times 3}\right)}{2^4} \quad \text{(potencia de una potencia)} \quad \to \quad \frac{2^2 \times 2^{12}}{2^4}$$

$$= \frac{2^{2+12}}{2^4} \quad \text{(producto de potencias de igual base)} \quad \to \quad \frac{2^{14}}{2^4}$$

$$= 2^{14-4} \quad \text{(cociente de potencias de igual base)} \quad \to \quad 2^{10}$$

$$2^{10} = 2 \text{x } 2 \text{ x} 2 \text{x } 2 \text{ x } 2 \text{x} 2 \text{x} 2 \text{x} 2 \text{x } 2 \text{x } 2 = 1024$$

Radicación

La radicación es la operación que permite calcular la base de una expresión de potenciación conocidos el exponente y la potencia.

$$\boxed{\sqrt[b]{c} = a \;\leftrightarrow\; a^b = c}$$

Ejemplo

Calcular el valor de

$$\sqrt[3]{729}$$

Solución

Descomponemos el número 729 en sus factores primos:

$$\begin{array}{r|l l}
729 & 3 & \\
243 & 3 & 3^2 = 9 \\
81 & 3 & \\
27 & 3 & 3^2 = 9 \\
9 & 3 & \\
3 & 3 & 3^2 = 9 \\
1 & &
\end{array}$$

$$9 \text{ x } 9 \text{ x } 9 = 9^3$$

$$\sqrt[3]{729} = 9 \;\leftrightarrow\; 9^3 = 729$$

Logaritmos

La logaritmación es una operación que nos permite encontrar el exponente siempre y cuando conozcamos la base y la potencia.

$$\boxed{\mathrm{Log}_a\ b = n \ \leftrightarrow\ a^n = b}$$

Vídeo sobre Logarítmos
https://www.youtube.com/watch?v=kcWwLcvb2-4&t=4s

Ejemplo

Encontremos el logaritmo en base 4 de 64.

Solución
Descomponemos el número 64

$$64 = 4 \times 4 \times 4 = 4^3$$

$$\mathrm{Log}_4\ 64 = 3 \ \leftrightarrow\ 4^3 = 64$$

Ejemplo

Encontremos el valor de la base "a" en la siguiente expresión:

$$\mathrm{Log}_a\ 125 = 3$$

Solución
Aplicamos la definición de logaritmos:

$$\mathrm{Log}_a 125 = 3 \ \rightarrow\ a^3 = 125 \ \rightarrow\ a = 5 \quad (5 \times 5 \times 5 = 125)$$

Vídeo sobre Polinomios aritméticos
https://www.youtube.com/watch?v=tAxKRKuhkMk

Problemas con los Números Naturales

Ejemplo

Carlos perdió por la venta de cada lapicero 18.000 pesos. Si recibió por el total de lapiceros 3.265.000 y los había comprado en 4.993.000 ¿Cuantos lapiceros tenía?

Solución

4.993.000 – 3.265.000 = 1.728.000

1.728.000 / 18.000 = 96 lapiceros

Ejemplo
Juan compra pulseras a 1.100.000 pesos y los vende a $ 1.350.000. El número de pulseras que necesita vender para ganar $ 2.750.000 es:

Solución
1.350.000 – 1.100.000 = 250.000 (en cada pulsera)

2.750.000 / 250.000 = 11 pulseras

Ejemplo
Un tendero compra 60 libros de inglés y 40 de matemáticas por un total de $ 64.500.000, los vende con una ganancia total de 10.500.000, si los libros de inglés se venden a 720.000 cada uno. ¿Cuál fue el precio de venta de los libros de matemáticas y a como vendió cada libro de matemáticas?

Solución
64.500.000 + 10.500.000 = 75.000.000,   720.000x60 = 43.200.000 (precio libros inglés)

75.000.000 – 43.200.000 = 31.800.000 (precio libros matemáticas)

31.800.000/40 = 795.000 (precio de cada libro de matemáticas)

Ecuaciones

Ecuaciones lineales de primer orden

https://www.youtube.com/watch?v=qaDV-0I1lek
https://www.youtube.com/watch?v=8rT0DZbYGEs

Estas ecuaciones son un caso especial de igualdad entre expresiones algebraicas y pueden ser de mayor o menor complejidad. Eso sí: siempre estamos hablando de **una sola incógnita** que no está elevada a ninguna potencia.

Ejemplo: Resolver la siguiente ecuación

$$5x - 7 = 3x + 11$$

Solución

$$5x - 7 = 3x + 11$$

$$5x - 3x = +11 + 7$$

(observa que 3x pasó restando y -7 pasó sumando)

$$2x = 18$$

$$x = 18/2$$

(observa que el 2 estaba multiplicando a la x y pasa dividiendo al 18)

$$x = 9$$

Ejemplo: Resolver la siguiente ecuación:

$$2(3x-2)=2$$

Solución

$$\boxed{\begin{aligned} 2(3x-2) &= 2 \\ 2\cdot 3x + 2\cdot(-2) &= 2 \\ 6x-4 &= 2 \\ 6x &= 6 \\ x &= \frac{6}{6} \\ x &= 1 \end{aligned}}$$

Estadística (Tabla de frecuencias datos no agrupados)

Frecuencia absoluta (f_i): La frecuencia absoluta es el número de veces que aparece un valor (x_i) en los datos obtenidos

Frecuencia absoluta acumulada (F_i): La frecuencia absoluta acumulada indica cuantos elementos de la lista de datos son menores o iguales a un valor dado. Es la suma de las frecuencias absolutas desde la primera fila hasta la fila elegida.

Frecuencia relativa (h_i): Es la razón entre la frecuencia absoluta y el número de observaciones. Indica la importancia relativa de cada variable.

$$h_i = \frac{f_i}{n}$$

Frecuencia relativa acumulada (H_i): Es la suma parcial de la frecuencia relativa, o la razón entre la frecuencia absoluta acumulada y el número de observaciones.

Vídeo sobre tablas de frecuencias
https://www.youtube.com/watch?v=IHuZKvCh3Mc&list=PLeySRPnY35dFcEmQDGrPxwJVXiIeu_9cI

Ejemplo variable cuantitativa discreta datos no agrupados

Supongamos que en la fábrica de confecciones “La hilacha”, ha estallado un conflicto laboral y sus 50 operarias solicitan un aumento en el salario integral diario.

El gerente recoge la información respecto a: La variable salario diario de sus 50 operarios y la relaciona en la siguiente tabla:

Salario diario de 50 operarios en la fábrica de confecciones "La hilacha" (Datos en miles de pesos)				
Miles $/día	Miles $/día	Miles $/día	Miles $/día	Miles $/día
52	54	55	56	52
54	51	55	53	57
55	54	52	57	56
54	55	55	54	51
53	54	53	53	58
56	56	57	50	55
54	52	54	55	53
58	54	55	52	54
51	53	53	53	53
54	55	55	54	56

Miremos como queda la distribución de frecuencias simple:

x_i Salario $/ día	f_i	F_i	h_i	H_i
50	1	1	1/50 = 0.02 = 2%	2%
51	3	4	3/50 = 0.06 = 6%	8%
52	5	9	5/50 = 0.10 = 10%	18%
53	9	18	9/50 = 0.18 = 18%	36%
54	12	30	12/50 = 0.24 = 24%	60%
55	10	40	10/50 = 0.20 = 20%	80%
56	5	45	5/50 = 0.10 = 10%	90%
57	3	48	3/50 = 0.06 = 6%	96%
58	2	50	2/50 = 0.04 = 4%	100%
Total	50		100 % (1.0)	

Medidas de Tendencia Central

La media (promedio)

Tenemos la media poblacional (μ) y la media muestral ($\overline{X}$):

La media muestral para un conjunto de datos se define como la suma de todos los valores observados dividida por el número de observaciones.

$$\overline{X} = \frac{\sum x_i}{n} \quad \text{(Media Muestral)}$$

Ejemplo de media para un conjunto de datos: se pregunta a un grupo de personas sobre la edad y se obtienen los siguientes resultados:

17, 18, 19, 20, 21, 22, 23

Cuál es la media (promedio):

$$\overline{X} = \frac{17+18+19+20+21+22+23}{7} = \frac{140}{7} = 20$$

Interpretación: La edad promedio es 20 años

La mediana

La mediana se define como la medida de tendencia central que divide a cualquier distribución en dos partes iguales. En este caso la mitad (50%) de los datos estará por encima de la mediana y la otra mitad (50%) estará por debajo de ella.

Ejemplo de mediana para valores (par): Los siguientes datos corresponden a los pesos de 10 personas (en kilos). Calcular la mediana e interpretar el resultado.

95, 73, 90, 78, 84, 86, 89, 76, 92, 52

Primero se organizan los datos de menor a mayor y calculamos el valor de: $\frac{n+1}{2}$

52, 73, 76, 78, **84, 86**, 89, 90, 92, 95

Son 10 datos: (n + 1) /2= (10 + 1) /2 = 5,5 (este valor está entre 5 y 6). En las posiciones 5 y 6 tenemos el 84 y 86.

Me = (84 + 86) /2 = 85

Interpretación: El 50% de las personas tienen un peso menor a 85 kilos, y el otro 50% un paso mayor de 85 kilos.

Ejemplo de mediana para valores (impar): Los siguientes datos corresponden a las edades de 11 personas. Calcular la mediana e interpretar el resultado.

7, 8, 20, 9, 7, 23, 18, 18, 8, 21, 15

Se ordenan los datos y calculamos el valor $\frac{n+1}{2}$

7, 7, 8, 8, 9, **15**, 18, 18, 20, 21, 23

Son 11 datos: (n + 1) /2 = (11 + 1) /2 = 12/2 = 6. En la posición 6 está el número 15.

Interpretación: el 50% de las personas tienen una edad menor a 15 años. El otro 50% tienen una edad mayor a 15 años.